Διερεύνηση

Οι μαθητές και οι μαθήτριες της Ε΄ τάξης φτιάχνουν στο μάθημα των εικαστικών αφίσες και προσκλήσεις για τις εκδηλώσεις τους.

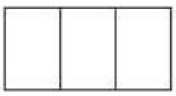
α. Τα κορίτσια φτιάχνουν προσκλήσεις με τα $\frac{2}{3}$ του χαρτονιού. Για καθεμιά χρησιμοποιούν το $\frac{1}{6}$ του χαρτονιού. Πόσες προσκλήσεις φτιάχνουν;

1. Βάζουμε ✔ στη μαθηματική πράξη που μας οδηγεί στο αποτέλεσμα:

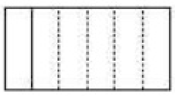
$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6}$ $\square$ $\frac{1}{6} : \frac{2}{3}$ $\square$ $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$ $\square$

2. Χρωματίζουμε :

τα $\frac{2}{3}$ του χαρτονιού



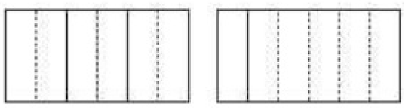
το $\frac{1}{6}$ του χαρτονιού.



Πόσες φορές χωράει το $\frac{1}{6}$ στα $\frac{2}{3}$ της ακέραιης μονάδας;

3. Ξαναχρωματίζουμε, έτσι ώστε τα δύο κλάσματα να έχουν κοινούς παρονομαστές **(ομώνυμα)** και επαναδιατυπώνουμε την ερώτηση:

«Πόσες φορές χωράει ....»



Οι κοινοί παρονομαστές δείχνουν ότι έχουμε ίδιου μεγέθους μέρη (έκτα). Αρκεί, επομένως, να διαιρέσουμε μόνο τους αριθμητές.

Κάνουμε την πράξη: $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \div \frac{1}{6} = \square \div \square = \square$.

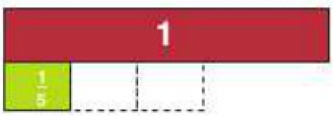
Άρα τα κορίτσια θα φτιάξουν .... προσκλήσεις.

β. Τα αγόρια έχουν 3 ίδια χαρτόνια για να φτιάξουν αφίσες. Για καθεμιά χρησιμοποιούν τα $\frac{3}{5}$ του χαρτονιού. Πόσες αφίσες φτιάχνουν;

1. Βάζουμε ✔ στη μαθηματική πράξη που μας οδηγεί στο αποτέλεσμα:

$3 \cdot \frac{3}{5}$ $\square$ $3 : \frac{3}{5}$ $\square$ $\frac{3}{5} : 3$ $\square$

2. Χρησιμοποιούμε τις ράβδους κλασμάτων:



Πόσες φορές χωράει το $\frac{3}{5}$ στις 3 ακέραιες μονάδες;

Κάνουμε την πράξη: $3 \div \frac{3}{5} = \frac{}{5} \div \frac{3}{5} = \square \div \square = \square$.

Άρα τα αγόρια θα φτιάξουν .... αφίσες.

Βασικές μαθηματικές έννοιες και διεργασίες	Παραδείγματα
Για να διαιρέσουμε δυο **ομώνυμα κλάσματα**, διαιρούμε τους αριθμητές τους.	$\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = 3 : 4 = \frac{3}{4}$, $\frac{6}{8} : \frac{3}{8} = 6 : 3 = 2$
Για να **διαιρέσουμε** δυο **ετερώνυμα κλάσματα**, τα μετατρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και έπειτα διαιρούμε τους αριθμητές τους.	$\frac{2}{3} : \frac{6}{5} = \frac{10}{15} : \frac{18}{15} = 10 : 18 = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$
Όταν σε μια διαίρεση οι αριθμοί είναι διαφορετικής μορφής, τους μετατρέπουμε όλους στην ίδια μορφή.	$2{,}5 : 3\frac{1}{2} = \frac{25}{10} : \frac{7}{2} = \frac{25}{10} : \frac{35}{10} = 25 : 35 = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$

Πρόσθετη μαθηματική ιδέα

Ένας άλλος τρόπος για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα είναι να αντιστρέψουμε τους όρους του δεύτερου κλάσματος και, αντί για διαίρεση, να κάνουμε πολλαπλασιασμό.

π.χ. $\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$,

$6 : \frac{3}{4} = \frac{6}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{6 \times 4}{3} = \frac{24}{3} = 8$

Εξήγηση του κανόνα

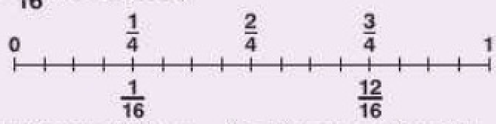
Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις: Π.χ. Μοιράζω 6 μπαλόνια σε 3 παιδιά.
α. Κάνω διαίρεση: 6 : 3 = 2 μπαλόνια.
β. Κάνω πολλαπλασιασμό: Αφού τα παιδιά είναι 3, το καθένα θα πάρει το $\frac{1}{3}$ των μπαλονιών:
$6 \times \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 6 : 3 = 2$ μπαλόνια.
γ. Επομένως: $6 : 3 = 6 \times \frac{1}{3} = \frac{6}{3} = 6 : 3 = 2$

Σημείωση: *Ο διαιρετέος μπορεί να είναι και κλάσμα.*

Εφαρμογή

Στη γιορτή της Δανάης οι καλεσμένοι μοιράστηκαν εξίσου τα $\frac{3}{4}$ ενός ταψιού με μουσακά. Πόσοι ήταν οι καλεσμένοι, αν κάθε κομμάτι μουσακά ήταν $\frac{1}{16}$ του ταψιού;

α΄ τρόπος: **Με τη βοήθεια της αριθμογραμμής**



Στην αριθμογραμμή, από το 0 έως το 1 αντιστοιχεί ολόκληρο το ταψί. Βρίσκουμε τα $\frac{3}{4}$. Χωρίζουμε την αριθμογραμμή σε ... ίσα μέρη και παίρνουμε τα .... . Κάθε κομμάτι είναι το $\frac{1}{16}$ του ταψιού, γι' αυτό ξαναχωρίζουμε την αριθμογραμμή σε ... ίσα μέρη. Μετράμε πόσες φορές χωράει το $\frac{1}{16}$ είναι στα $\frac{3}{4}$. Βρίσκουμε .... κομμάτια, άρα οι καλεσμένοι είναι 12.

β΄ τρόπος: **Δημιουργία ομώνυμων κλασμάτων:** $\frac{3}{4} : \frac{1}{16} = \frac{—}{} : \frac{—}{} =$ .... καλεσμένοι.

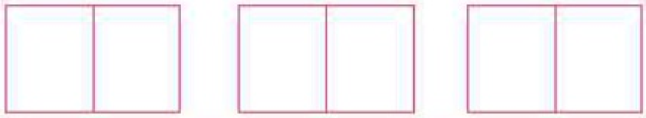
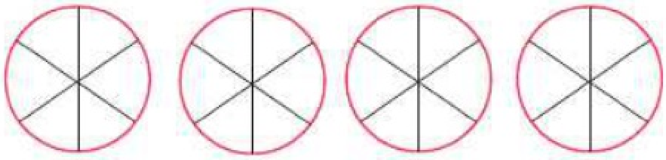
γ΄ τρόπος: **Αντιστροφή του διαιρέτη και πολλαπλασιασμός:** $\frac{3}{4} : \frac{1}{16} = \frac{3}{4} \times \frac{—}{} = \frac{48}{} =$ .... καλεσμένοι

Αναστοχασμός

1. Μοιράζουμε το $\frac{1}{2}$ μιας σοκολάτας σε 4 παιδιά. Τι μέρος της σοκολάτας θα πάρει το κάθε παιδί;
2. Συζητάμε τους διαφορετικούς τρόπους με τους οποίους μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα Δημιουργούμε μια αφίσα με τους τρόπους αυτούς.

1η Άσκηση

Να βρεις τα πηλίκα με τη βοήθεια των παρακάτω σχημάτων:

α. $3 : \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{1} = 6$	
β. $4 : \frac{1}{6} = \frac{4}{1} \times \frac{6}{1} = \frac{24}{1} = 24$	

2η Άσκηση

Να βρεις τα πηλίκα στις παρακάτω πράξεις:

α1. $3 : \frac{1}{4} = \frac{3}{1} X \frac{4}{1} = \frac{12}{1} = 12$

α2. $3 : 4 = \frac{3}{4}$

α3. $\frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{4} : \frac{3}{1} = \frac{1}{4} X \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

β1. $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} X \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

β2. $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} = \frac{2}{5} X \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$

β3. $\frac{6}{8} : \frac{3}{8} = \frac{6}{8} X \frac{8}{3} = \frac{48}{24} = 2$

γ1. $6\frac{1}{2} : \frac{2}{5} =$

$2 : 3\frac{1}{2} =$

3η Άσκηση

Να συμπληρώσεις τα κενά με τους κατάλληλους αριθμούς:

α. $\frac{3}{4}$

β.

1ο Πρόβλημα

Η γιαγιά της Δανάης μοίρασε εξίσου τα $\frac{6}{8}$ μιας τυρόπιτας στα 3 της εγγόνια.

Τι μέρος της τυρόπιτας πήρε κάθε εγγόνι;

Λύση

α. Να φτιάξεις ένα σχέδιο που θα σε βοηθήσει να απαντήσεις στο πρόβλημα. Να εξηγήσεις τον τρόπο με τον οποίο σκέφτηκες.

β. Να γράψεις με ποια ή ποιες μαθηματικές πράξεις μπορείς να υπολογίσεις το μέρος από ολόκληρη την τυρόπιτα που πήρε κάθε εγγόνι.

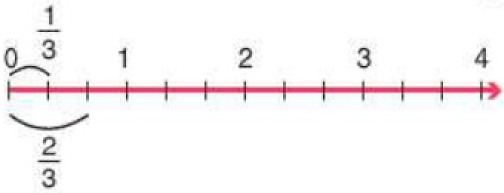
....

2ο Πρόβλημα

Σε μια απόσταση 4 χιλιομέτρων της εθνικής οδού Αθηνών – Πατρών είναι τοποθετημένες πινακίδες οδικής κυκλοφορίας κάθε $\frac{2}{3}$ χμ. αυτής. Πόσες τέτοιες πινακίδες τοποθετήθηκαν σε αυτήν την απόσταση;

1ος τρόπος: ....

2ος τρόπος (με τη βοήθεια της αριθμογραμμής):



α. με διαδοχικές αφαιρέσεις: ....

β. με διαδοχικές προσθέσεις: ....

3ο Πρόβλημα

Σε μια σχολική εκδήλωση τα παιδιά μιας τάξης μοιράστηκαν μια εξάδα μπουκάλια πορτοκαλάδας, 1,5 λίτρου το καθένα. Κάθε παιδί, εκτός από δυο που ήπιαν μόνο νερό, ήπιε από ένα μεγάλο ποτήρι πορτοκαλάδα, που χωρούσε τα $\frac{3}{8}$ του λίτρου. Πόσα ήταν τα παιδιά της τάξης;

Διερεύνηση – Επέκταση

Μια ομάδα εργατών τοποθετεί νέες σιδηροδρομικές γραμμές. Σε μια ημέρα τοποθετεί γραμμές σε μήκος $\frac{1}{3}$ του χιλιόμετρου. Πόσες ημέρες θα χρειαστεί, για να τοποθετήσει γραμμές σε μήκος $4\frac{5}{6}$ χιλιόμετρα;

- Να διερευνήσεις πώς θα μπορούσες να λύσεις το συγκεκριμένο πρόβλημα με διάφορους τρόπους.
- Να υπολογίσεις νοερά τις ημέρες που θα χρειαστούν οι εργάτες για το ίδιο έργο, αν τοποθετούν την ημέρα γραμμές σε μήκος $\frac{2}{3}$ του χιλιόμετρου.